

2023 年 4 月高等教育自学考试

概率论与数理统计(经管类) 试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 A, B 为随机事件, $B \subset A$, 且 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.2$, 则 $P(A - B) =$
 - A. 0.1
 - B. 0.2
 - C. 0.3
 - D. 0.5
2. 设随机事件 A 与 B 互不相容, 且 $P(A) > P(B) > 0$, 则
 - A. $P(A) = 1 - P(B)$
 - B. $P(AB) = P(A)P(B)$
 - C. $P(A \cup B) = 1$
 - D. $P(\overline{AB}) = 1$
3. 将两封信随机地投入四个邮筒中, 则未向前面两个邮筒投信的概率为
 - A. $\frac{2^2}{4^2}$
 - B. $\frac{C_2^1}{C_4^2}$
 - C. $\frac{2!}{P_4^2}$
 - D. $\frac{2!}{4!}$
4. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$, 令 $Y = -2X$, 则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为
 - A. $2f_X(-2y)$
 - B. $f_X(-\frac{y}{2})$
 - C. $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$
 - D. $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$
5. 设随机变量 $X \sim f(x)$, 满足 $f(x) = f(-x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数, 则对任意实数 a 有
 - A. $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x) dx$
 - B. $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$
 - C. $F(-a) = F(a)$
 - D. $F(-a) = 2F(a) - 1$



6. 已知一射手在两次独立射击中至少命中目标一次的概率为 0.96, 则该射手每次射击的命中率为
- A. 0.04 B. 0.2 C. 0.8 D. 0.96
7. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 独立同分布, $E(X_i) = 0, D(X_i) = 1, i = 1, 2, \dots, 100$, 则由中心极限定理得 $P\{\sum_{i=1}^{100} X_i \leq 10\}$ 近似于
- A. 0 B. $\Phi(1)$ C. $\Phi(10)$ D. $\Phi(100)$
8. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2; \sigma_1, \sigma_2; \rho)$ 则下列结论中错误的是
- A. $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$
- B. X 与 Y 相互独立的充分必要条件是 $\rho = 0$
- C. $E(X + Y) = \mu_1 + \mu_2$
- D. $D(X + Y) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$
9. 设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, $\bar{x}, s^2$ 分别为样本均值和样本方差, 则
- $$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim$$
- A. $\chi^2(n-1)$ B. $\chi^2(n)$ C. $t(n-1)$ D. $t(n)$
10. 在假设检验中, H_0 为原假设, 则显著性水平 α 的意义是
- A. $P\{\text{拒绝 } H_0 \mid H_0 \text{ 为真}\}$ B. $P\{\text{接受 } H_0 \mid H_0 \text{ 为真}\}$
- C. $P\{\text{接受 } H_0 \mid H_0 \text{ 不真}\}$ D. $P\{\text{拒绝 } H_0 \mid H_0 \text{ 不真}\}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 已知 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.4, P(A - B) = 0.5$, 则 $P(A \mid B) =$ _____。
12. 利用正态分布的结论, 有 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (x^2 - 4x + 4) e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} dx =$ _____。
13. 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数, 且每次命中率为 0.4, 则 $E(X^2) =$ _____。
14. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松 (Poisson) 分布, 且已知 $E[(X-1)(X-2)(X-3)] = -1$, 则 $\lambda =$ _____。



15. 一袋中有 2 个黑球和若干个白球, 现有放回地摸球 4 次, 若至少摸到一个白球的概率是 $\frac{80}{81}$,

则袋中白球的个数是_____。

16. 设随机变量 $X \sim N(2, 9)$, 且 $P\{X \geq a\} = P\{X \leq a\}$, 则 $a =$ _____。

17. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 1/3 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2/9 & 3 \leq x \leq 6, \text{若存在 } k \text{ 使得 } P\{X \geq k\} = \frac{2}{3}, \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

则 k 的取值范围是_____。

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 在区间 $[0, 3]$ 上服从均匀分布, Y 服从参数为 4 的指数分布,

则 $D(X + Y) =$ _____。

19. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} k(6 - x - y), & 0 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4, \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

则 $k =$ _____。

20. 设 $x_1, x_2, \dots, x_6$ 是来自总体 $X \sim N(1, 3^2)$ 的简单随机样本, 则 $\sum_{i=1}^6 \left(\frac{x_i - 1}{3}\right)^2$ 服从_____分布

(给出参数)。

21. 设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是来自总体 $B(20, p)$ 的样本, 则 p 的矩估计 $\hat{p} =$ _____。

22. $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是常数 θ 的两个_____估计量, 若 $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$, 则称 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效。

23. 设总体 X 的概率密度函数是

$$f(x; a) = \begin{cases} \alpha x^{\alpha-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $\alpha > 0$ 为未知参数。 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是一组样本值, 则参数 α 的最大似然估计为_____。

24. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为其样本. 若假设检验问题为

$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则采用的检验统计量表达式应为_____。

25. 设一元线性回归模型为 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$, 则 $E(y_i) =$ _____。

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 某射击小组共有 20 名射手, 其中一级射手 4 人, 二级射手 8 人, 三级射手 7 人, 四级射手一

人, 一、二、三、四级射手能通过选拔进入决赛的概率分别是 0.9、0.7、0.5、0.2, 求在小组内
任选一名射手, 该射手能通过选拔进入决赛的概率。

27. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.5 & 0.4 & 0.1 \end{array}$. 记 $Y = X^2$, 求: (1) $D(X), D(Y)$; (2)



四、综合题:本大题共 2 小题,每小题 12 分,共 24 分。

28. 某次抽样结果表明,考生的数学成绩(百分制)近似地服从正态分布 $N(75, \sigma^2)$, 已知 85 分以上的考生数占考生总数的 5%, 试求考生成绩在 65 分至 85 分之间的概率。

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 求 (X, Y) 分别关于 X, Y 的边缘概率密度;

(2) 试问 X 与 Y 是否相互独立, 为什么?

(3) 求 $P(X + Y \leq 1)$ 。

五、应用题:本大题 10 分。

30. 从某同类零件中抽取 9 件, 测得其长度为(单位:mm):

6.0 5.7 5.8 6.5 7.0 6.3 5.6 6.1 5.0

设零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu, 1)$ 。求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。

(已知: $t_{0.05}(9) = 2.262, t_{0.05}(8) = 2.306, U_{0.025} = 1.960$) (10 分)

