

2026 年 4 月高等教育自学考试

工程数学(线性代数、概率论与数理统计) 试题

课程代码:10993

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

说明:在本卷中, A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵, A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵, $|A|$ 表示方阵 A 的行列式, $r(A)$ 表示矩阵 A 的秩。

选择题部分

注意事项:

每小題选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 8 小題,每小題 2 分,共 16 分。在每小題列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 已知行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 6$, 则 $\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12} & 0 \\ a_{21} & 2a_{22} & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$

A. -12

B. 0

C. 12

D. 24

2. 向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 的一个极大线性无关组为

A. α_1, α_2 B. α_3, α_4 C. α_1, α_3 D. α_2, α_4

3. 齐次线性方程组 $\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ \lambda x + 3y - z = 0 \\ -y + \lambda z = 0 \end{cases}$ 有非零解的充分必要条件为

A. $\lambda = 0$ B. $\lambda = 0$ 或 $\lambda = 1$ C. $\lambda = 1$ D. $\lambda \neq 0$ 且 $\lambda \neq 1$ 

4. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 6x_2x_3$ 的矩阵为

A. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

5. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(5, 0.4)$, 则 $P\{X=2\} =$

A. 0.2304

B. 0.3125

C. 0.3456

D. 0.4320

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则以下叙述不正确的是

A. 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f_X(x) = 2x$

B. X 与 Y 相互独立

C. 当 $0 \leq y \leq 1$ 时, $f_Y(y) = 2y$

D. X 与 Y 不相互独立

7. 设随机变量 $X \sim N(1, 4)$, Y 服从参数为 2 的泊松分布, 则 $E(Y - 2X - 5) =$

A. -5

B. -1

C. 0

D. 4

8. 在假设检验中, 若原假设 H_0 不成立, 但检验结果接受 H_0 , 此时犯的错误为

A. 第一类错误

B. 第二类错误

C. 检验错误

D. 统计量错误



非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

9. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ 第三行元素的代数余子式之和 $A_{31} + A_{32} + A_{33} =$ _____.
10. 已知 3 阶矩阵 A 的行列式 $|A| = 2$, 则 $|A^*| =$ _____.
11. 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1)^T$, $\alpha_2 = (2, 0, t)^T$, $\alpha_3 = (0, -4, 5)^T$ 的秩为 2, 则数 $t =$ _____.
12. 已知矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ 相似, 则数 $a =$ _____.
13. 已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 6x_2^2 - tx_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ 正定, 则数 t 的取值范围是 _____.
14. 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(A) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.7$, 则 $P(B) =$ _____.
15. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ 0.4, & 1 \leq x < 2, \\ 0.6, & 2 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3, \end{cases}$ 则 $P\{1.5 < X \leq 4\} =$ _____.
16. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $E(X) =$ _____.
17. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布, $E(X_i) = \mu, D(X_i) = \sigma^2$ ($i = 1, 2, \dots$), 根据切比雪夫大数定律, 对任意给定的正数 ε , $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \mu\right| < \varepsilon\right\} =$ _____.
18. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, 现抽取容量为 16 的样本, 算得样本标准差 $s = 2$, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间长度为 _____.(附: $t_{0.025}(15) = 2.132$)



三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 8 分，共 56 分。

19. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, 且满足关系式 $XA = B$, 求矩阵 X .

20. 已知方程组 $\begin{cases} x_1 + 3x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ -2x_2 + 4x_3 + 4x_4 = a \end{cases}$ 有解, 求数 a 的值及方程组的通解.

21. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$, 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

22. 甲、乙两个 AI 工具独立回答同一问题, 设甲回答正确的概率为 0.8, 乙回答正确的概率为 0.7.

求: (1) 两个 AI 工具都回答正确的概率;

(2) 至少有一个 AI 工具回答正确的概率;

(3) 恰有一个 AI 工具回答正确的概率.

23. 一个口袋中有 5 个红球和 3 个白球, 从袋中无放回地取出 3 个球, 设 X 表示取出红球的个数. 求: (1) X 的分布律; (2) $P\{X^2 \geq 4\}$.

24. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 令 $Y = X^2$.

求: (1) $E(X), E(Y), E(X - Y)$; (2) $D(X), D(Y)$; (3) $\text{Cov}(X, Y)$.

25. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \alpha x^{\alpha-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中未知参数 $\alpha > 0$, $x_1, x_2, \dots, x_n$

为来自 X 的样本值, 记 $m = \prod_{i=1}^n x_i$, 求 α 的极大似然估计 $\hat{\alpha}$.

四、证明题：本题 8 分。

26. 设 A 为 n 阶矩阵 ($n \geq 2$), α 为 n 维列向量, 若 $A\alpha \neq 0$, $A^2\alpha = 0$. 证明向量组 $\alpha, A\alpha$ 线性无关.

